

1 Mathematics used by the graphic register within the physics class / Mathématiques convoquées par le registre graphique au sein du cours de physique

Céline Renkens et Valérie Henry

Université de Namur

Résumé de l'atelier : Par diverses mises en situation, nous voudrions mettre en évidence certaines difficultés auxquelles sont confrontés les élèves lorsque des notions mathématiques sont convoquées, parfois implicitement, dans des représentations graphiques au cours de physique.

Nous situerons nos recherches en exposant les programmes de physique en Belgique et nous expliciterons nos choix afin d'éclaircir l'optique dans laquelle nous travaillons.

Nous argumenterons par des observations trouvées dans les manuels de référence belges.

Enfin, nous apporterons les éléments épistémologiques et didactiques qui alimentent actuellement notre réflexion.

Workshop Summary : Through various simulations, we would like to highlight some of the difficulties faced by the students when mathematical concepts are convened, sometimes implicitly, in graphical representations in physics courses.

We situate our research by outlining the physics programs in Belgium and we will explain our choices to clarify how we work.

It is argued by observations found in the Belgian reference manuals.

Finally we will make some epistemological and didactic elements that drive our thinking.

Présentation du problème dans son contexte d'enseignement

L'enseignement secondaire actuel est fortement cloisonné. Chaque enseignant est responsable de l'apprentissage de sa propre discipline sans qu'aucune interaction avec les autres disciplines ne soit institutionnellement organisée. Les échanges interdisciplinaires sont donc, dans le contexte actuel, laissés à la charge des initiatives personnelles de quelques professeurs motivés.

Or, les mathématiques sont un savoir fondamental, au sens d'ARTAUD [10], pour de nombreuses disciplines et pour la physique en particulier, au niveau de l'enseignement secondaire. La transposition didactique institutionnelle de savoirs mathématiques vers la classe de physique est donc une réalité, comme le montrent plusieurs recherches (notamment [1] à [9], voir section suivante).

Dans ce travail de thèse, nous nous intéressons plus particulièrement aux notions mathématiques convoquées, parfois implicitement, par l'utilisation de représentations graphiques dans l'enseignement de la physique. Une première revue des programmes belges de l'enseignement secondaire nous a conduit à explorer plus spécifiquement les chapitres portant sur la cinématique en sciences générales, sujet très représentatif de notre problématique.

État des articles publiés sur le sujet

- [1] ROSENQUIST M.L. - McDERMOTT L.C., *A conceptual approach to teaching kinematics*, Department of Physics FM-15, University of Washington, Seattle, Washington 98195, 1986.
- [2] GENIN C. - PELLET A. - MICHAUD-BONNET J., Représentation des élèves en mathématiques et en physique sur les vecteurs et les grandeurs vectorielles lors de la transition collège lycée, *Petit x*, n°14-15, 1987.

- [3] ARTIGUE M. - MENIGAUX J. - VIENNOT L., *Questionnaires de travail sur les différentielles*, Irem et Université de Paris VII, 76, 1989.
- [4] LOUNIS A., *L'introduction aux modèles vectoriels en physique et en mathématiques : conceptions et difficultés des élèves, essai et remédiation*, Thèse en Didactique des sciences physiques, Université de Provence Aix-Marseille 1, 1989.
- [5] BA C., *Étude épistémologique et didactique de l'utilisation du vecteur en mathématiques et en physique ? lien entre mouvement de translation et translation mathématique*, Thèse en Didactique des mathématiques, Université de Lyon 1, 2007.
- [6] Groupe mathématiques-sciences physiques, *Les fonctions en mathématiques et en sciences physiques*, Publications de l'IREM de Besançon, 2008.
- [7] COSTE R., Méthodes et pratiques scientifiques - un espace pour un enseignement scientifique interdisciplinaire en seconde, *Bulletin de l'APMEP*, n°496, 2011.
- [8] CASTELA C., Des mathématiques aux sciences physiques - exemples d'effets transpositifs, *Actes de l'EMF à Genève*, 2012.
- [9] GANTOIS J.-Y., *Un milieu graphico-cinétique pour l'apprentissage des dérivées dans une praxéologie "modélisation" : potentialités et limites*, Thèse en didactique des mathématiques, Université de Liège, 2012.

Lors de l'atelier, nous avons détaillé succinctement les résultats des deux premières recherches citées ci-dessus.

Ayant identifié l'interprétation des graphiques des mouvements comme une difficulté rencontrée par les élèves, Mark L. ROSENQUIST et Lilian C. MCDERMOTT ont montré que des instructions basées sur l'observation de mouvements réels peuvent aider les élèves à une compréhension plus profonde des concepts.

Dans le deuxième article, les auteurs observent que pour la majorité des étudiants testés, la grandeur vectorielle est considérée avec toutes ses caractéristiques spatiales dans un contexte mathématique, alors que dans un contexte physique, elle est plutôt considérée comme une réduction scalaire, c'est-à-dire réduite à sa norme uniquement. Ainsi, pour ces étudiants, deux vecteurs de sens opposés ne seraient pas identiques en mathématique alors que deux forces (ou vitesse) opposées le seraient en physique.

Hypothèses et objectifs du travail

Trois hypothèses sont à la base de notre travail. Nous employons ici le terme hypothèse dans le sens des éléments sur lesquels nous nous baserons et que nous ne pensons pas remettre en question.

Premièrement, nous supposons que l'utilisation conjointe de graphiques de trajectoire et de graphiques horaires est une source de difficultés pour l'élève. En effet, dans le chapitre de cinématique, pour certains exercices le premier type de graphiques est utilisé et pour d'autres exercices c'est le deuxième type de graphique qui est utilisé sans expliquer pourquoi choisir l'un ou l'autre. L'élève est donc mis en difficulté lorsqu'il est amené à choisir seul le type de graphique approprié à la situation à laquelle il se retrouve confronté.

Parallèlement, nous pensons que c'est le graphique de trajectoire qui est le plus prégnant chez l'élève, ce que confirment les observations de Lillian C. MCDERMOTT.

Enfin, nous considérons que la relation entre un concept (signifié [17]) et la façon de le désigner (signifiant) au sein des deux disciplines peut constituer un frein à l'apprentissage du signifié en question. En effet, nous avons déjà constaté que, pour un signifié, les signifiants peuvent être différents dans les deux disciplines, et inversement, que le même signifiant peut représenter des signifiés différents en mathématiques et en physique.

Notre travail vise principalement à explorer trois questions : « Quelles notions mathématiques sont mises en jeu lors de l'utilisation du registre graphique en physique ? », « Comment ces notions mathématiques sont-elles abordées dans le cours de mathématiques ? », et « Quels décalages peut-on identifier entre les transpositions au sein de chaque institution ? ».

Des éléments de réponse à ces questions, nous espérons pouvoir dégager des pistes pour l'enseignement, tant de la physique que des mathématiques.

Cadre théorique

Le cadre théorique de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) de Chevallard [12], et en particulier le modèle praxéologique, servira de base à notre analyse des programmes et des manuels. Nous chercherons à explorer les différentes étapes de la transposition didactique et ce, dans les deux disciplines. Dès lors, nous aurons également recours aux travaux de M. ARTAUD sur les praxéologies mathématiques mixtes [10].

La Théorie des Situations Didactiques (TSD) de Brousseau [11] nous servira de guide dans l'élaboration des pistes didactiques, prévues dans la deuxième partie de ce travail de thèse.

Déroulement de l'atelier

Pendant l'atelier, nous avons dans un premier temps discuté de trois types de difficultés rencontrés par les élèves de 16-17 ans lors de l'apprentissage de la cinématique.

Première difficulté : les grandeurs sont-elles vectorielles ou scalaires ?

Les grandeurs de la cinématique sont vectorielles au sein de la sphère savante. Cependant dans l'enseignement de la cinématique, même à partir du moment où elles sont définies comme telles, dans certaines situations comme pour le mouvement rectiligne uniforme, les vecteurs sont remplacés par des grandeurs scalaires. Cette simplification lors de la transposition didactique a une explication mais celle-ci n'apparaît pas clairement dans les manuels. De plus, nous retrouvons ce manque de technologie dans les termes utilisés au niveau des exercices proposés. Une fois les manuels parlent de la grandeur du vecteur vitesse moyenne, une fois ils parleront de la vitesse moyenne. Pour l'élève, le caractère vectoriel des grandeurs n'est donc pas évident et pourtant cette prise de conscience est indispensable pour la compréhension des graphiques.

La notion de vecteur à transférer du cours de physique au cours de mathématiques ou du cours de mathématiques au cours de physique a déjà été traitée par Cissé BA dans sa thèse [5].

Deuxième difficulté : deux types de graphiques de position à utiliser à bon escient.

Nous distinguons deux types de graphiques de position : les graphiques de trajectoire et les graphiques horaires de position.

Le premier type de graphique permet de représenter le mouvement dans un plan, ainsi nous pouvons observer les variations de direction du mobile. Cependant, comme les deux axes représentent les deux dimensions du plan, le temps n'est pas présent sur le graphique, nous ne pouvons donc pas savoir à quel instant le mobile se trouve à un endroit précis. À partir de ce graphique nous ne pouvons retrouver que les caractéristiques d'orientation du vecteur vitesse instantanée.

Le deuxième type de graphique permet lui de déterminer la grandeur de ce vecteur. En effet, sur le graphique horaire, le déplacement (ou une partie de celui-ci : le déplacement horizontal ou vertical) est repris sur un seul axe. Il est représenté en fonction du temps. En observant le graphique nous pourrions déterminer quelle distance est parcourue après un certain temps, cependant, nous ne retrouverons pas les indications liées à la direction du mouvement dans le plan.

Nous pensons que l'élève est confronté au bon graphique au bon moment dans ses cours de physique et dès lors qu'il n'est pas conscient du graphique à utiliser en fonction de ce qu'il recherche.

Les outils d'interprétation graphique vus en mathématiques sont également associés au graphique qui convient. En effet, l'interprétation d'une dérivée par rapport à une variable, se fera toujours sur le graphique d'une fonction de cette variable et pas sur un graphique d'une courbe paramétrée par rapport à la variable. Est-ce que les conditions d'utilisation de ces outils sont suffisamment explicites pour que l'élève puisse utiliser ceux-ci en dehors du cours de mathématiques ?

Troisième difficulté : le signe de la vitesse et de l'accélération

Passer d'un graphique horaire de position, de vitesse ou d'accélération à un graphique horaire de position, de vitesse ou d'accélération (dans un MRUA) est une compétence attendue par les programmes de l'enseignement belge. Cela revient à pouvoir interpréter un mouvement rectiligne à partir d'un seul graphique et d'en tirer un maximum d'informations. Pour ce faire, les deux points précédents sont importants.

Savoir différencier un graphique horaire d'un graphique de trajectoire, permettra de ne pas chercher à interpréter un graphique de trajectoire en terme de temps écoulé et donc en terme de grandeur des vecteurs vitesse et accélération.

Sur le graphique horaire de la vitesse, les grandeurs attribuées aux ordonnées sont en réalité les grandeurs du vecteur vitesse si le mouvement suit le sens de l'axe, et l'opposé des grandeurs de ce vecteur si le mouvement est de sens opposé à celui de l'axe. Autrement dit, c'est la grandeur et le sens du vecteur qui sont repris sur l'axe des ordonnées.

Sur le graphique horaire de l'accélération, c'est la grandeur avec son signe et le sens du vecteur qui sont repris sur l'axe des ordonnées. Cela se complique ici car une accélération négative à un sens physique : si le mouvement s'effectue dans le sens de l'axe, une accélération positive signifie que la grandeur du vecteur vitesse augmente et une accélération négative signifie que cette grandeur diminue. Si maintenant le mouvement s'effectue dans le sens opposé à l'axe, un signe « - » sera ajouté à la valeur caractérisant l'accélération. Dans ce cas, le signe attribué à l'accélération sera négatif pour une accélération et positif pour une décélération.

L'interprétation d'un graphique peut donc vite devenir assez complexe. Les notions mathématiques de dérivées, de limites, de fonctions cachées derrière ces interprétations, sont ici utilisées dans un autre contexte que celui du cours de mathématiques, avec des conventions différentes.

En temps que professeur de mathématiques, il est intéressant de se rendre compte et de réfléchir aux conventions des autres disciplines utilisant les mathématiques, afin de pouvoir mieux préparer nos élèves à transférer leurs connaissances dans des domaines variés.

Deux manières d'introduire la cinématique

Après cette réflexion sur les difficultés, nous nous sommes penchés sur les manuels de référence de l'enseignement belge [14], [15], [16] et nous nous sommes intéressés aux deux manières d'introduire la cinématique en Belgique. Dans un type d'enseignement, la cinématique est introduite de manière vectorielle, alors que, dans l'autre, elle est vue dans un premier temps de manière scalaire. Nous avons relevé certains avantages et inconvénients de ces deux approches.

L'introduction à la cinématique de manière scalaire simplifie les choses dans un premier temps. Une seule caractéristique du vecteur est prise en compte. Par contre, comme l'aspect vectoriel n'est pas détaillé, on ne dispose pas des éléments technologiques nécessaires à la justification de l'apparition du signe « - ». Cet élément technologique est donc manquant à ce stade de l'apprentissage.

Le manuel de référence [15], qui suit cette approche, présente la vitesse comme une dérivée symétrique (définie dans [6]), qui semble plus cohérent avec l'approche expérimentale et la réalité de l'expérience des élèves.

L'introduction à la cinématique de manière vectorielle, nécessite dans un premier temps des graphiques de trajectoire afin de représenter les caractéristiques d'orientation des vecteurs position, vitesse et accélération. Ceci peut expliquer l'ordre proposé par le manuel de référence [14]. Le chapitre commence par traiter les mouvements en général avant de revenir aux MRU et MRUA. Ceci provoque l'arrivée plus tardive des graphiques horaires, comme nous avons pu le constater au sein du manuel.

Conclusion

La transposition disciplinaire traitée ici induit une série de difficultés pour l'élève. La prise de conscience de ces dernières permettra-t-elle aux enseignants d'influer sur le savoir à enseigner pour en faire un savoir plus facilement transférable ?

Bibliographie

- [10] ARTAUD M., *Diffuser des praxéologies mathématiques mixtes*, Actes du Colloque EMF 2003, Tozeur.
- [11] BROUSSEAU G., *Théorie des situations*, La Pensée Sauvage, Grenoble, 1996.
- [12] CHEVALLARD Y., *L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique.*, Recherche en didactique des mathématiques, 19(2), pg 221-265, 1999.
- [13] CHEVALLARD Y., Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. García (Eds.), *Sociedad, escuela y matemáticas. aportaciones de la teoría antropológica de la didáctica*, Jaén : Servicio de publicaciones de la Universidad de Jaén, pg 705-746, 2007.
- [14] Manuel *Physique 5 - sciences générales*, de boeck, 2011.
- [15] Manuel *Physique 4 - Tome 1 : Cinématique*, Centre technique et pédagogique de l'Enseignement de la Communauté française, 2004.
- [16] Manuel *Physique 5 - Tome 1 : Mécanique*, Centre technique et pédagogique de l'Enseignement de la Communauté française, 2007.
- [17] VERGNAUD G., Signifiants et signifiés dans une approche psychologique de la représentation. *Les Sciences de l'Education*. Les représentations graphiques dans l'enseignement et la formation. 1, 3, pp 9-16, 1993.